

基于向量拟合技术的广义色散媒质模型与 高效 DGTD 算法

祝强强¹, 胡志明¹, 王思凡¹, 吴 扬¹, 申子昂², 贾浩文¹, 徐若锋¹, 郭卿超³, 赵 雷^{1*}

(1. 中国矿业大学, 江苏徐州 221000; 2. 南京航空航天大学, 江苏南京 210000;

3. 电磁信息控制与效应全国重点实验室, 辽宁沈阳 110035)

摘 要: 色散媒质的电磁特性在雷达隐身、天线设计等众多工程领域具有关键影响, 如何精确高效地建立色散媒质模型一直是计算电磁学研究难点。经典色散模型虽能描述特定色散效应, 但在拟合宽频复杂色散响应方面存在局限, 难以适用于多频段、多机制耦合的复杂场景。为了实现对色散媒质电磁特性的准确、高效时域分析, 本文基于向量拟合技术构建了广义色散媒质 (Generalized Dispersive Media, GDM) 数学模型, 以实现媒质色散特性精确表征, 并结合辅助微分方程法与局部时间步技术 (Local Time-Stepping, LTS), 发展了一种基于时域间断伽辽金 (Discontinuous Galerkin Time-Domain, DGTD) 方法的色散媒质高效求解算法。针对给定的色散媒质频域响应数据, 本文引入向量拟合技术, 在施加物理约束与数学变换的基础上, 建立了包含实极点与复共轭极点对的广义色散媒质模型, 从而统一描述弛豫型和共振型色散行为。为克服色散本构关系引入的时域卷积计算复杂度, 采用辅助微分方程法构建了适用于该广义色散媒质模型的 DGTD 求解格式, 将卷积运算转化为一组耦合常微分方程组, 实现了高效时域步进求解。为进一步提升计算效率, 设计了基于低存储龙格-库塔积分方法的局部时间步策略, 显著提高了色散媒质问题的求解速度。本文对色散球体、色散材料涂覆弹头的雷达散射截面 (Radar Cross Section, RCS) 以及频率选择表面 (Frequency Selective Surface, FSS) 周期单元的反射系数进行了数值求解, 结果表明基于向量拟合构建的广义色散媒质模型能够准确描述媒质的频域色散特性, 拟合误差始终保持在较低水平; 所获得的 RCS、反射系数结果与 CST 商业软件及传统有限差分法的计算结果高度吻合, 绝对误差控制在 3 dB 以内。在保证计算精度的同时, 局部时间步技术的引入使整体计算效率提升了超过 40.42%。本文所提出的方法为复杂色散媒质的电磁仿真提供了一种兼具通用性、高效性和可靠性的数值分析工具。

关键词: 向量拟合; 广义色散媒质; 时域间断伽辽金; 辅助微分方程法; 龙格-库塔积分; 局部时间步

基金项目: 电磁信息控制与效应全国重点实验室基金 (No.20240101); 中国矿业大学中央高校基本科研业务费专项资金 (No.2024-10942); 江苏省研究生科研与实践创新计划 (No.KYCX24_2767); 中国矿业大学研究生创新计划 (No.2024WLKXJ092)

中图分类号: TN95; O441.4

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2025)11-4010-12

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20250241

Generalized Dispersive Media Model Based on Vector Fitting Technique and Efficient DGTD Algorithm

ZHU Qiang-qiang¹, HU Zhi-ming¹, WANG Si-fan¹, WU Yang¹, SHEN Zi-ang², JIA Hao-wen¹,
XU Ruo-feng¹, GUO Qing-chao³, ZHAO Lei^{1*}

(1. China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221000, China;

2. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210000, China;

3. National Key Laboratory of Electromagnetic Information Control and Effects, Shenyang, Liaoning 110035, China)

Abstract: The electromagnetic properties of dispersive media play a critical role in various engineering fields such as radar stealth and antenna design. Accurately and efficiently modeling dispersive media has long been a challenging research focus in computational electromagnetics. Although classical dispersion models can describe specific dispersive effects, they

exhibit limitations in fitting complex broadband dispersive responses, making them difficult to apply in multi-band, multi-mechanism coupled complex scenarios. To achieve accurate and efficient time-domain analysis of the electromagnetic characteristics of dispersive media, this paper constructs a generalized dispersive media (GDM) mathematical model based on the vector fitting technique, enabling precise characterization of the dispersive properties of media. Combined with the auxiliary differential equation method and local time-stepping (LTS) technique, an efficient solving algorithm for dispersive media based on the discontinuous Galerkin time-domain (DGT D) method is developed. For given frequency-domain response data of dispersive media, this paper introduces the vector fitting technique and, under physical constraints and mathematical transformations, establishes a generalized dispersive media model that includes real poles and complex conjugate pole pairs, thereby unifying the description of relaxation-type and resonance-type dispersive behaviors. To overcome the computational complexity of time-domain convolution introduced by dispersive constitutive relations, the auxiliary differential equation method is employed to construct a DGT D solving scheme suitable for the generalized dispersive media model. This transforms the convolution operation into a set of coupled ordinary differential equations, enabling efficient time-domain stepping solutions. To further enhance computational efficiency, a local time-stepping strategy based on a low-storage Runge-Kutta integration method is designed, significantly improving the solving speed for dispersive media problems. This paper numerically solves the radar cross section (RCS) of dispersive spheres, dispersive material-coated warheads, and the reflection coefficients of frequency selective surface (FSS) periodic units. The results demonstrate that the generalized dispersive media model constructed via vector fitting accurately describes the frequency-domain dispersive characteristics of the media, with fitting errors consistently maintained at a low level. The obtained RCS and reflection coefficient results are in strong agreement with those from CST commercial software and traditional finite-difference methods, with absolute errors controlled within 3 dB. While ensuring computational accuracy, the introduction of the local time-stepping technique improves overall computational efficiency by over 40.42%. The proposed method provides a numerical analysis tool for electromagnetic simulations of complex dispersive media that combines generality, efficiency, and reliability.

Key words: vector fitting (VF); generalized dispersive media (GDM); discontinuous Galerkin time-domain (DGT D); auxiliary differential equation (ADE); Runge-Kutta integration; local time-stepping (LTS)

Foundation Item(s): National Key Laboratory of Electromagnetic Information Control and Effects Fund (No.20240101); Basic Research Funding for Central Universities (No.2024-10942); The Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province (No.KYCX24_2767); The Graduate Innovation Program of China University of Mining and Technology (No.2024WLKXJ092)

1 引言

色散媒质是指介电常数、磁导率等电磁特性随频率而变化的材料,色散现象主要源于材料内部束缚电子在电磁场作用下的受迫振荡响应^[1,2].为了准确地表征材料色散特性,已经建立了一些经典的色散模型,如 Debye、Drude、Lorentz 及 Cole-Cole 等模型^[3].这些经典模型虽然能够有效描述特定物理机制下的色散行为,但是在表征更加复杂的色散特性时仍存在局限性.针对这一问题,基于频域响应数据驱动的建模方法为复杂色散媒质的表征提供了一种更为有效的解决方案^[4-6].其中,广义色散媒质 (Generalized Dispersive Media, GDM) 是一种描述媒质色散特性的理论模型,该模型通过更加一般化的数学表达去描述模型的色散特性曲线,利用有理函数对色散媒质宽频响应数据进行拟合,从而实现对复杂色散特性的精确表征^[7].值得注意的是,上述的经典模型均可视为广义色散媒质模型的特例.例如,单极点的 Debye 模型和 Drude 模型是 GDM 模型中仅包含一个实极点项的情况;而 Lorentz 模型则对应 GDM 模型中包含一对复共轭极点项的情况. GDM 模

型的引入使得在利用数值方法对电磁场问题进行求解时,无需深入研究媒质的色散特性,而是将重点集中于如何构建准确的 GDM 模型进行耦合求解,为色散问题的数值求解提供一个更为通用和高效的分析框架.

准确建立色散媒质的频域响应数据与 GDM 模型之间的数学关联是实现色散问题准确分析的关键.然而,当频域响应数据在宽频范围内呈现复杂变化时,传统拟合方法面临拟合效率低和稳定性不足的问题.相比之下,向量拟合法凭借其高效的极点优化能力和对复杂频域数据的高度适应性^[8],在解决这类问题上展现出显著优势.目前,向量拟合技术在电磁仿真领域中已得到了广泛应用. Ye 等人^[9]使用向量拟合对器件散射参数进行拟合,成功提取了其等效电路模型; Li 等人^[10]则是将该方法应用于天线频域阻抗特性的精确拟合.在色散问题研究方面, Albakri 等人^[11]将向量拟合法引入复共轭极点-残差 (Complex-Conjugate Pole-Residue, CCPR) 色散模型的建模过程;而 Kim 等人^[12]利用向量拟合获得了石墨烯对应的 CCPR 模型,尽管 CCPR 模型能够描述以复共轭极点为主导的色散特性,但由于其

模型结构本身不包含实极点,在描述复杂色散特性时仍存在固有局限性^[13].

时域算法在求解色散媒质问题时具有显著优势,其最突出的特点在于通过单次计算即可获得宽频响应.然而,色散媒质问题中的本构关系在时域中表现为卷积运算,这一特性要求获取全部时间步长的场值信息,这在实际计算中难以实现.针对这一挑战,Banerjee和Ramadan等人在时域有限差分(Finite Difference Time-Domain, FDTD)方法中分别通过离散递归卷积^[14]、Z变换^[15]等方法避免直接卷积,但是受限于FDTD的结构化网格,在求解复杂曲面结构的模型时,需要通过较高的自由度去保证精度.时域间断伽辽金方法(Discontinuous Galerkin Time-Domain, DGTD)作为一种备受关注的算法,因其支持非结构化网格与高阶基函数,能够在复杂结构以较少的自由度实现高精度的求解^[16].DGTD方法在离散单元上建立矩阵方程并独立求解,结合数值通量实现各类边界条件,这一特性使得DGTD在电磁问题的快速分析中展现出显著优势^[17-19].在色散媒质的DGTD求解方面已有诸多探索:Ren与Yang等人分别采用双线性变换^[20]与移位算子技术^[21]实现色散媒质求解;Wang等人^[22]则发展了循环卷积方法;Gedney等人^[23]引入辅助微分方程法(Auxiliary Differential Equation, ADE),成功将DGTD拓展至经典色散模型求解.ADE法的优势在于支持高阶时间积分方案,有利于维持整体计算精度.尽管上述研究推动了色散媒质DGTD方法的发展,其建模对象仍主要局限于经典解析模型.近年来,Zhang等人^[24]尝试在Maxwell波动方程框架下将ADE方法推广至仅含复共轭极点的广义色散模型,但由于其模型结构中未包含实极点项,在描述弛豫型色散行为时仍存在固有局限,限制了模型的完整性与普适性.综上所述,尽管DGTD方法在色散媒质仿真中已取得重要进展,现有研究在模型的完备性与求解效率的协同优化方面仍有提升空间.具体而言,如何建立适用于同时包含实极点与复共轭极点的广义色散媒质的统一ADE求解格式,如何实现其GDM模型参数的准确与自动提取,以及如何结合先进的加速技术实现高效计算,仍是值得深入探索的关键问题.

本文基于色散媒质的本构关系,创新性地将向量拟合技术应用用于GDM模型的建模过程.在向量拟合过程中通过施加物理约束条件,构建了同时包含实极点与复共轭极点的完备GDM模型,实现了对复杂色散媒质特性的统一表征.在此基础上,为了实现对GDM模型的时域求解,本文系统推导了适用于该通用模型的ADE-DGTD求解格式.进一步地,本文充分利用DGTD框架的灵活性,将高阶龙格-库塔积分与局部时间步(Local Time Step, LTS)技术相结合,实现了对色散媒质的雷达散射截面与反射系数的高效数值求解.这一方法显著

提升了对色散媒质电磁特性分析的精度与计算效率,为相关研究提供了可靠的理论依据和计算工具.

2 基于向量拟合的广义色散媒质模型

2.1 色散媒质的本构关系

在自由空间中,Maxwell方程组的微分形式旋度方程可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{J}_e &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} + \mathbf{J}_m &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{D}$ 为电位移矢量; $\mathbf{B}$ 为磁感应强度; $\mathbf{J}_e$ 和 $\mathbf{J}_m$ 分别为电流密度和磁流密度; $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 与场量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 通过本构关系相联系.对于各向同性媒质,其本构关系可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, ε_0 与 μ_0 分别为真空中的介电常数和磁导率; ε_r 和 μ_r 分别是媒质的相对介电常数和相对磁导率.当引入损耗时,介电常数和磁导率将表现为复数形式,其实部和虚部均随频率变化,具体可表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(\omega) &= \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) \\ \mu_r(\omega) &= \mu'(\omega) - j\mu''(\omega) \end{aligned} \quad (3)$$

为了在时域数值算法中高效且普适地处理如式(3)所示的复杂频变特性,本文引入的GDM模型核心思想是利用一个有理函数来精确表示色散媒质的频域响应.该模型在频域表示为留数-极点求和的形式,可适用于介电色散与磁色散等多种情形.以相对介电常数为例,其GDM模型定义为

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(\omega) &= \varepsilon_\infty + \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{\alpha_n + j\omega} \\ &+ \sum_{n=1}^M \frac{\gamma_{0,n} + j\omega\gamma_{1,n}}{\delta_{0,n} + j\omega\delta_{1,n} - \omega^2} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, N 和 M 分别为实极点、共轭复数极点的个数.该模型定义了一个 $N+2M$ 阶的色散媒质,可以通过实极点项描述弛豫型色散,通过复共轭极点项描述谐振型色散,从而实现对多种物理机制和复杂色散行为的统一表征.第2.2节将详细介绍如何利用向量拟合技术,从给定的频域测试数据自动获得该模型的所有参数.

2.2 向量拟合建模

媒质的色散特性通常通过测试其在特定频率范围内的响应获得,表现为有限频段内的离散数据.向量拟合方法能够对这些离散的频域响应数据进行有理式近似,从而构建出描述媒质响应特性的拟合函数.该拟合函数可表示为留数-极点形式,其数学表达式为

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + sh \quad (5)$$

其中, $s=j\omega$, 留数 c 和极点 a 可以同时以实数或共轭复数对的形式出现, d 和 h 是实数系数.

通过向量拟合技术得到的原始有理函数, 其数学形式(5)与目标 GDM 模型表达式(4)在数学表达上本质是一致的. 为了将拟合结果转化为一个物理上正确且适用于时域求解的 GDM 模型, 必须对拟合函数施加以下物理约束条件:

(1) 消除高阶项. 拟合函数(5)中 sh 项应当去除, 若分子的阶次高于分母, 拟合函数在复平面无穷远处将存在极点, 可能导致系统在某些频率下失稳.

(2) 常数项约束. 常数项 d 对应相对磁导率或相对介电常数的静态值, 理论上应满足 $d>0$. 然而, 拟合过程难以直接保证这一条件, 因此可为 d 预先设定一个合理的数值, 并从测试数据的实部中减去该值, 同时在拟合函数中去除常数项 d .

(3) 稳定性约束. 拟合函数可视为系统函数, 为保证时域求解的稳定性, 其极点必须位于拉普拉斯域的左半平面, 即满足 $\text{Re}(a_n)<0$.

基于上述物理约束条件, 向量拟合的函数形式应修正为以下形式:

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s-a_n} \quad (6)$$

对式(6)进行向量拟合, 首先需要指定一组初始极点 $\bar{a}$, 并引入辅助函数 $\sigma(s)$, 将拟合函数与辅助函数相乘, 可得到如下方程:

$$\begin{pmatrix} \sigma(s)f(s) \\ \sigma(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s-\bar{a}_n} \\ \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s-\bar{a}_n} + 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

在式(7)中, $\sigma(s)$ 与 $\sigma(s)f(s)$ 具有相同的极点, 将第二行乘以 $f(s)$, 可以得到如下求解等式:

$$\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s-\bar{a}_n} - \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s-\bar{a}_n} f(s) = f(s) \quad (8)$$

将实验测试获得的频域响应数据代入式(8), 可构建一个超定线性方程组, 其矩阵形式表示为

$$Ax = b \quad (9)$$

该超定方程可通过最小二乘法进行求解, 从而获得在初始极点条件下的 c_n 与 $\tilde{c}_n$, 将这些结果代入式(7)并将其转化为零-极点形式, 可表示为

$$\begin{aligned} (\sigma f)_{\text{fit}}(s) &= \frac{\prod_{n=1}^{N-1} (s-z_n)}{\prod_{n=1}^N (s-\bar{a}_n)} \\ \sigma_{\text{fit}}(s) &= \frac{\prod_{n=1}^{N-1} (s-\tilde{z}_n)}{\prod_{n=1}^N (s-\bar{a}_n)} \end{aligned} \quad (10)$$

根据式(10), 拟合函数 $f(s)$ 可以表示为以下形式

$$f(s) = \frac{(\sigma f)(s)}{\sigma(s)} = \frac{\prod_{n=1}^{N-1} (s-z_n)}{\prod_{n=1}^N (s-\tilde{z}_n)} \quad (11)$$

通过分析可以发现, $f(s)$ 的极点即为 $\sigma(s)$ 的零点, 利用式(10)求解得到 $\sigma(s)$ 的零点后, 将其作为式(7)的新极点进行迭代计算, 直至获得满足精度要求的解. 在迭代过程中, 需确保极点满足稳定性条件, 即所有极点的实部必须小于零. 若出现复数极点的实部大于零的情况, 需将其翻转至拉普拉斯域的左半平面. 在获得拟合函数(6)的各项参数后, 对于其中的复共轭极点, 可通过式(12)变换消除其虚部:

$$\begin{aligned} \frac{c_n}{s-a_n} + \frac{c_{n+1}}{s-a_{n+1}} &= \frac{(c_n+c_{n+1})s - (c_n a_{n+1} + c_{n+1} a_n)}{s^2 - (a_n+a_{n+1})s + a_n a_{n+1}} \quad (12) \\ \begin{cases} \gamma_{0,n} = -(c_n a_{n+1} + c_{n+1} a_n) \\ \quad = -2(\text{Re}(a_n)\text{Re}(c_n) + \text{Im}(a_n)\text{Im}(c_n)) \\ \gamma_{1,n} = c_n + c_{n+1} = 2\text{Re}(c_n) \\ \delta_{1,n} = -(a_n + a_{n+1}) = -2\text{Re}(a_n) \\ \delta_{0,n} = a_n a_{n+1} = |a_n|^2 \end{cases} \quad (13) \end{aligned}$$

根据式(6)与式(12), 介电色散的 GDM 模型式(4)中的各项参数可由式(13)计算获得. 类似地, 通过应用相同的向量拟合流程, 亦可建立磁性色散的 GDM 模型.

3 广义色散媒质模型的 DGT D 求解

3.1 DGT D-GDM 辅助微分方程格式

在求解物理空间中电磁场分布的问题时, DGT D 方法将求解区域 Ω 被离散化为多个互不重叠的子域 Ω^k , 每个子域由边界面 $\partial\Omega^k$ 界定. 在每个子域内, 电场和磁场满足 Maxwell 旋度方程, 并通过高阶多项式进行离散化求解. 子域之间的场信息通过数值通量进行交换, 以确保子域边界处电磁场的连续性或满足特定边界条件. 通过对 Maxwell 旋度方程中的电场 $\mathbf{E}$ 与磁场 $\mathbf{H}$ 使用基函数 φ 展开, 并进行伽辽金测试, 非色散媒质对应的 DGT D 半离散强格式可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \mathbf{S} \times \mathbf{H} - \mathbf{M} \mathbf{J}_e \\ &\quad + \oint_{\partial\Omega^k} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}_E^k - \mathbf{F}_E^*) \varphi_i^k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= -\mathbf{S} \times \mathbf{E} - \mathbf{M} \mathbf{J}_h \\ &\quad + \oint_{\partial\Omega^k} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}_H^k - \mathbf{F}_H^*) \varphi_i^k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{n}$ 为子域边界法向量, $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}^k - \mathbf{F}^*)$ 表示相邻单元在交界面处的数值通量. 质量矩阵 $\mathbf{M}$ 与刚度矩阵 $\mathbf{S}$ 的构造与所选基函数 φ 密切相关, 具体形式为

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}_e)_{ij} &= \varepsilon \int_{\Omega^k} \varphi_i(\mathbf{x}) \cdot \varphi_j(\mathbf{x}) dV \\ (\mathbf{M}_\mu)_{ij} &= \mu \int_{\Omega^k} \varphi_i(\mathbf{x}) \cdot \varphi_j(\mathbf{x}) dV \\ (\mathbf{S})_{ij} &= \int_{\Omega^k} \varphi_i(\mathbf{x}) \cdot \nabla \times \varphi_j(\mathbf{x}) dV \end{aligned} \quad (15)$$

数值通量的取值与相邻单元的阻抗系数及所选用通量类型相关. 本文采用迎风通量格式, 其具体表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}_E^k - \mathbf{F}_E^*) &= -\frac{\mathbf{n} \times (Z^+ [\mathbf{E}] - \mathbf{n} \times [\mathbf{H}])}{Z^+ + Z^-} \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}_H^k - \mathbf{F}_H^*) &= \frac{\mathbf{n} \times (Y^+ [\mathbf{H}] + \mathbf{n} \times [\mathbf{E}])}{Y^+ + Y^-} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $[\mathbf{U}] = \mathbf{U}^+ - \mathbf{U}^-$ 为交界面处场值的跳跃项; $Z^\pm$ 和 $Y^\pm$ 分别是相邻单元与本属单元的阻抗与导纳系数.

对于通过向量拟合得到的 GDM 模型, 以介电色散为例, 电通量密度 $\mathbf{D}$ 对时间 t 的微分进行傅里叶变换后, 在频域中可表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon(t) * \mathbf{E} &\rightarrow j\omega \varepsilon(\omega) \mathbf{E} \\ &= j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} + \varepsilon_0 \sum_{n=1}^N \frac{j\omega \beta_{0,n}}{\alpha_{0,n} + j\omega} \mathbf{E} + \varepsilon_0 \sum_{n=1}^M \frac{j\omega \gamma_{0,n} - \omega^2 \gamma_{1,n}}{\delta_{0,n} + j\omega \delta_{1,n} - \omega^2} \mathbf{E} \end{aligned} \quad (17)$$

对于式(17)中的实极点项, 可通过引入辅助极化电流 $\mathbf{P}_n^1$ 来表示:

$$\mathbf{P}_n^1(\omega) = \frac{j\omega \beta_{0,n}}{\alpha_{0,n} + j\omega} \mathbf{E} \quad (18)$$

将式(18)中等式右端的分母项移至等式左端, 并通过傅里叶逆变换转换到时域, 可得到描述极化电流 $\mathbf{P}_n^1$ 的一阶辅助微分方程:

$$\frac{\partial \mathbf{P}_n^1}{\partial t} + \alpha_{0,n} \mathbf{P}_n^1 = \beta_{0,n} \frac{\partial \mathbf{E}_n}{\partial t} \quad (19)$$

对于式(17)中的共轭复数极点项, 同样可通过引入辅助极化电流 $\mathbf{P}_n^2$ 来表示:

$$\mathbf{P}_n^2 = \frac{j\omega \gamma_{0,n} - \omega^2 \gamma_{1,n}}{\delta_{0,n} + j\omega \delta_{1,n} - \omega^2} \mathbf{E} \quad (20)$$

与一阶模型类似, 将式(20)中的分母项移至等式左端, 并通过傅里叶逆变换转换到时域, 可得到描述极化电流 $\mathbf{P}_n^2$ 的二阶辅助微分方程:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_n^2}{\partial t^2} + \delta_{1,n} \frac{\partial \mathbf{P}_n^2}{\partial t} + \delta_{0,n} \mathbf{P}_n^2 = \gamma_{1,n} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \gamma_{0,n} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (21)$$

为了与一阶微分方程组形式统一, 便于使用龙格-库塔方法进行求解, 需要将式(21)通过降阶法转换为两个一阶微分方程. 为此, 引入一个新的降阶辅助变量 ψ , 并建立其与电场 $\mathbf{E}$ 和极化电流 $\mathbf{P}_n^2$ 的关系为

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \gamma_{0,n} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \delta_{0,n} \mathbf{P}_n^2 \quad (22)$$

联立式(21)和式(22), 可得到描述极化电流 $\mathbf{P}_n^2$ 的

一阶微分方程:

$$\frac{\partial \mathbf{P}_n^2}{\partial t} = \psi - \delta_{1,n} \mathbf{P}_n^2 + \gamma_{1,n} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (23)$$

对磁色散媒质, 可采用与介电色散媒质相同的分析方法, 得到对应的辅助微分方程. 通过引入辅助极化磁流 $\mathbf{K}_n^1$ 、 $\mathbf{K}_n^2$ 以及降阶变量 ζ , 其对应的一阶微分方程组可表示为

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{K}_n^1}{\partial t} + \alpha_{0,n} \mathbf{K}_n^1 = \beta_{0,n} \frac{\partial \mathbf{H}_n}{\partial t} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \gamma_{0,n} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \delta_{0,n} \mathbf{K}_n^2 \\ \frac{\partial \mathbf{K}_n^2}{\partial t} = \zeta - \delta_{1,n} \mathbf{K}_n^2 + \gamma_{1,n} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{cases} \quad (24)$$

对辅助微分方程中的场量采用与主方程相同的基函数进行展开, 并进行伽辽金测试, 最终可得到色散 DGTD 方法的线性方程组:

$$\begin{cases} \varepsilon \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{S} \times \mathbf{H} - \mathbf{M} \mathbf{J}_e - \mathbf{M} \mathbf{P}_n^1 - \mathbf{M} \mathbf{P}_n^2 \\ \quad + \oint_{\partial \Omega^k} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}_E^k - \mathbf{F}_E^*) \varphi_i^k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \mu \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\mathbf{S} \times \mathbf{E} - \mathbf{M} \mathbf{J}_h - \mathbf{M} \mathbf{K}_n^1 - \mathbf{M} \mathbf{K}_n^2 \\ \quad + \oint_{\partial \Omega^k} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{F}_H^k - \mathbf{F}_H^*) \varphi_i^k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{P}_n^1}{\partial t} = \mathbf{M} \beta_{0,n} \frac{\partial \mathbf{E}_n}{\partial t} - \mathbf{M} \alpha_{0,n} \mathbf{P}_n^1 \\ \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{P}_n^2}{\partial t} = \mathbf{M} \psi - \mathbf{M} \delta_{1,n} \mathbf{P}_n^2 + \mathbf{M} \gamma_{1,n} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{K}_n^1}{\partial t} = \mathbf{M} \beta_{0,n} \frac{\partial \mathbf{H}_n}{\partial t} - \mathbf{M} \alpha_{0,n} \mathbf{K}_n^1 \\ \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{K}_n^2}{\partial t} = \mathbf{M} \zeta - \mathbf{M} \delta_{1,n} \mathbf{K}_n^2 + \mathbf{M} \gamma_{1,n} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \mathbf{M} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \mathbf{M} \gamma_{0,n} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mathbf{M} \delta_{0,n} \mathbf{P}_n^2 \\ \mathbf{M} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \mathbf{M} \gamma_{0,n} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mathbf{M} \delta_{0,n} \mathbf{P}_n^2 \end{cases} \quad (25)$$

3.2 龙格-库塔方法的局部时间步进技术

DGTG-GDM 辅助微分方程格式支持采用高阶积分方案进行求解, 从而保持数值计算的高阶精度. 在各类显式时间积分方法中, 龙格-库塔方法具备的高阶精度和宽广的稳定性区域的优势, 使其非常适用于求解色散问题. 本文采用一种低存储龙格-库塔方法对式(25)进行时域推进, 该方法适用于如下形式的一阶微分方程:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathcal{L}(\mathbf{u}, t) \quad (26)$$

其中, $\mathcal{L}$ 为右端项算子; $\mathbf{u}$ 为待求解向量. 低存储龙格-库塔方法具有四阶精度, 在一个时间步长 Δt 内分为五步进行迭代求解, 其迭代格式如下:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{p}^{(0)} = \mathbf{u}^n \\
 & \begin{cases} \mathbf{k}^{(i)} = a_i \mathbf{k}^{(i-1)} + \Delta t \mathcal{L}_h(\mathbf{p}^{(i-1)}, t^n + c_i \Delta t) \\ \mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{p}^{(i-1)} + b_i \mathbf{k}^{(i)}, \quad i \in [1, 2, \dots, 5] \end{cases} \quad (27) \\
 & \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{p}^{(5)}
 \end{aligned}$$

其中, a, b, c 为龙格-库塔方法的系数; $\mathbf{k}$ 与 $\mathbf{p}$ 为迭代过程的中间临时变量。

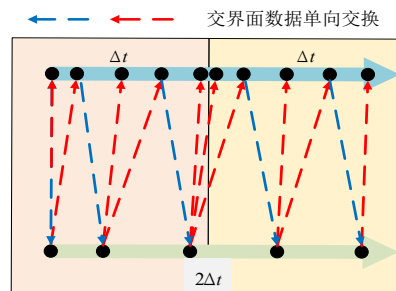
低存储龙格-库塔方法作为一种显式时间积分方案, 其时间步长受 Courant-Friedrichs-Lewy 条件约束, 与局部网格尺寸及介质电磁参数密切相关。在实际计算中, 由向量拟合所构建的广义色散媒质模型会引入一系列辅助微分方程, 增加了系统状态变量的维度与复杂性, 对数值稳定性提出了更高要求, 往往迫使仿真采用更小的时间步长。若在整个计算域内统一采用由最精细网格或最强色散区域所决定的最小时间步长, 将不可避免地导致计算效率显著下降。为此, 本文引入 LTS 技术以提升整体求解效率。该技术是显式时域算法中一类经典的高效加速策略, 其核心思想在于依据不同网格单元的局部稳定性条件, 将计算域划分为若干组别并分别采用相匹配的时间步长进行迭代更新, 从而在基本不损失整体数值精度的前提下, 有效减少时间推进所需的总步数, 在 DGTD 算法框架中已得到广泛应用与验证。

由于低存储龙格-库塔法采用了非均匀的时间分割策略, 在局部时间步进迭代过程中, 不同时间步长的计算区域难以在交界面上实现同步的数据交换, 因而必须对各网格的时间步长进行精细协调, 这在实践中十分困难。针对这一问题, 可采用基于“就近时刻”思想的时间步进策略, 通过近似对齐时间步的方式缓解上述同步困难。假设色散媒质区域使用的时间步长为 Δt , 非色散媒质区域的时间步长为 $2\Delta t$, 两个区域的 LTS 步进顺序如图 1(a) 所示。当计算处于不同步进节奏的区域交界面处的数值通量时, 若一个区域需要另一区域在当前局部时刻的场值, 则直接采用另一区域在距离该时刻最近的已知场值进行近似。通过与图 1(b) 相比较发现, 这种策略避免了对整个计算域进行全局同步, 能够大幅度减少计算频。虽然引入了额外的插值误差, 但通过合理的步长控制与区域划分, 能够在保证整体计算精度的同时, 显著提升计算效率。

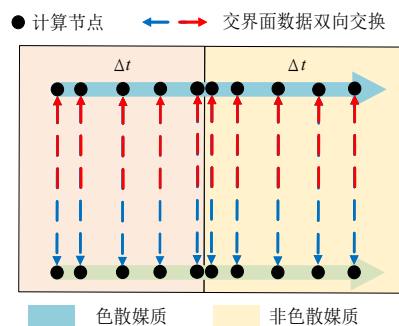
4 数值结果与分析

4.1 色散球体模型

为验证本文方法在求解电磁散射问题中的准确性与计算效率, 选取球体色散媒质模型作为数值算例。如图 2 所示, 球体半径为 0.5 m, 由色散介电材料构成, 其相对磁导率 $\mu_r = 1$ 。在 100~500 MHz 的频率范围内, 获取了该球体模型的频域电磁响应测试数据。通过对测试



(a) 采用 LTS 技术



(b) 采用相同时间步长

图 1 龙格-库塔步进顺序示意图

数据进行向量拟合, 并设定介电 GDM 模型的常数项 $\varepsilon_r = 1.2$, 拟合过程仅得到一个实极点项, 对应的参数分别为 $c_n = 3.333\ 336 \times 10^8$, $a_n = 4.5 \times 10^8$ 。图 3 对比了拟合所得的 GDM 模型色散曲线与原始测试数据, 结果显示, GDM 模型能够高度精确地复现色散媒质的频域响应特性, 拟合误差始终维持在较低水平, 表明该模型在描述材料色散行为方面的可靠性。

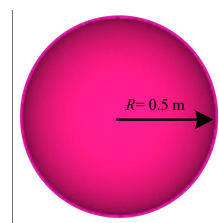
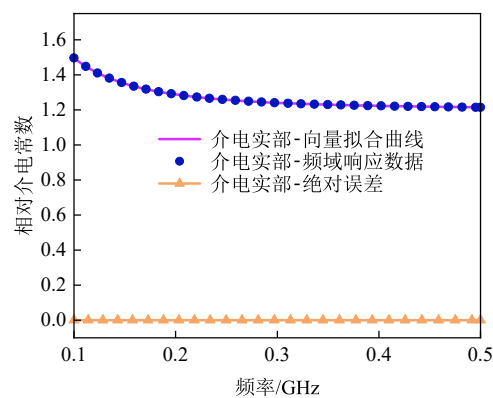
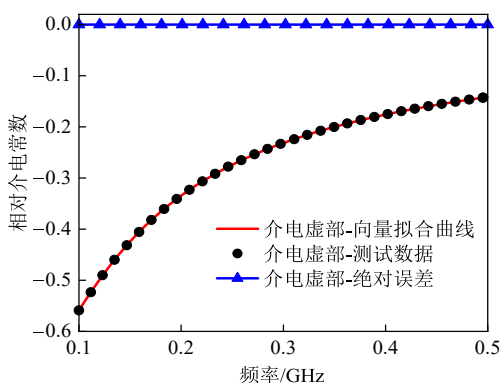


图 2 色散球体模型

设定色散球体模型的双站雷达散射截面 (Radar Cross-Section, RCS) 测试频率为 300 MHz, 入射方向为 $\Theta = 90^\circ$ 。该模型采用总场/散射场 (Total Field/Scattered Field, TF/SF) 边界条件, 通过平面波激励, 并在外层设置完美匹配层 (Perfect Matched Layer, PML) 及吸收边界, 以模拟无限大自由空间环境, 仿真模型如图 4 所示。在网格剖分过程中, 为保证计算精度, 整个求解空间以 300 MHz 对应波长的 1/10 为单元尺寸进行划分, 共生成 39 893 个四面体网格单元。在双站 RCS 计算中, 分别采用默认时间步长和 LTS 两种策略进行求解。在



(a) 相对介电常数实部



(b) 相对介电常数虚部

图3 介电常数向量拟合曲线与测试数据对比

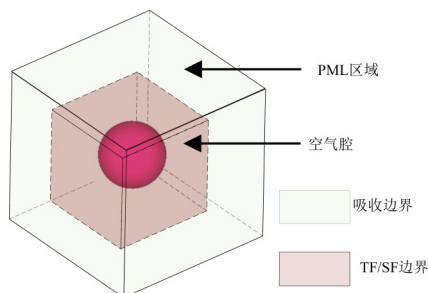
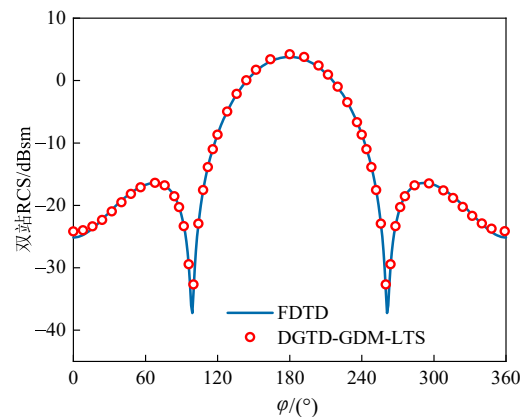
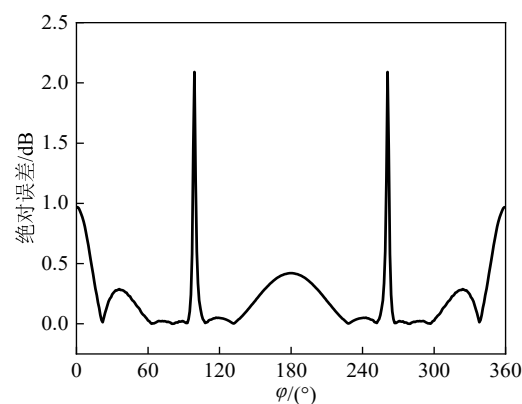


图4 色散球体仿真模型图

使用默认时间步长的情况下,所有单元均采用全局最小时间步长;而采用LTS技术进行加速求解时,为保证计算稳定性,色散球体区域采用最小时间步长 $\Delta t_{\min}$ 进行迭代,其余区域则采用较大的时间步长 $2\Delta t_{\min}$ 。图5(a)展示了本文方法计算结果与FDTD算法计算结果的对比,可见两者在双站RCS曲线上基本吻合,仅在个别角度存在一定偏差。通过与图5(b)所示的绝对误差曲线对比可知,两者最大误差约为2 dB,且该误差峰值出现在模型的低散射区域,此区域RCS深度接近-40 dB,属于合理误差范围。表1列出了采用默认时间步长和LTS技术两种策略的计算耗时。结果显示,LTS技术显著减少了计算时间,加速比达到1.446。



(a) 双站RCS结果比较



(b) 双站RCS绝对误差

图5 DGTD-GDM-LTS与FDTD算法的RCS计算结果比较

表1 色散球体局部时间步计算时间比较

时间步策略	计算时间/s	加速比
无 LTS	876	—
LTS	606	1.446

4.2 色散涂敷弹头模型

为进一步验证本文所构建方法在处理复杂色散媒质问题中的准确性与计算效率,本文以色散涂覆弹头模型为例开展数值实验。图6展示了该弹头模型的几何结构及媒质分布:内部绿色区域为非色散媒质,其相对介电常数 $\epsilon_r=4$,相对磁导率 $\mu_r=1$;表层蓝色区域为色散媒质,其介电常数随频率变化,相对磁导率 $\mu_r=1$ 。

图7给出了该色散媒质在200~400 MHz频段内相对介电常数实部与虚部的测试数据。基于该频域响应数据,采用向量拟合方法建立了GDM模型,设定常数项为 $\epsilon_\infty=3.12$,拟合得到了2个实极点项与5对共轭复数极点项,具体参数列于表2与表3。图7同时展示了拟合函数的实部与虚部曲线,可见其与测试数据高度吻合,绝对误差始终维持在较低水平,表明GDM模型能够准

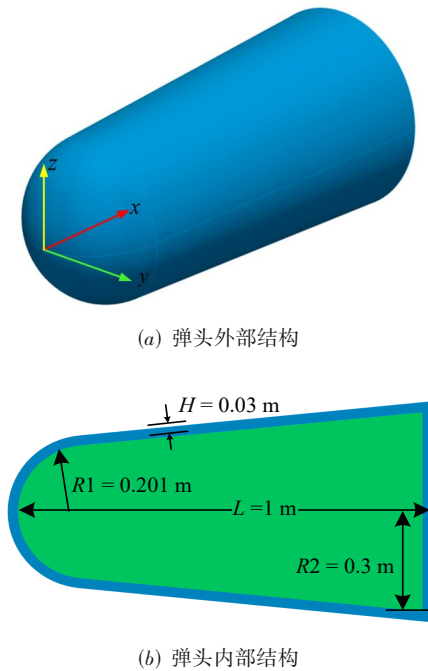


图6 色散涂覆弹头模型

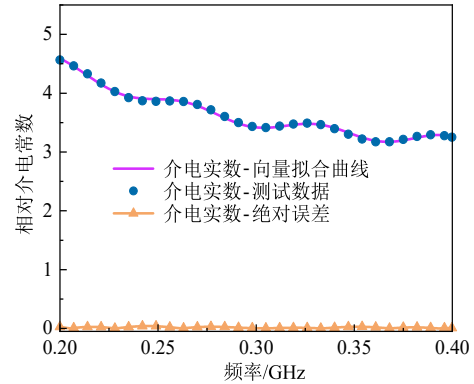
确地描述色散媒质的频域响应特性,进一步验证了该模型的有效性与精度.

表2 向量拟合实极点项参数

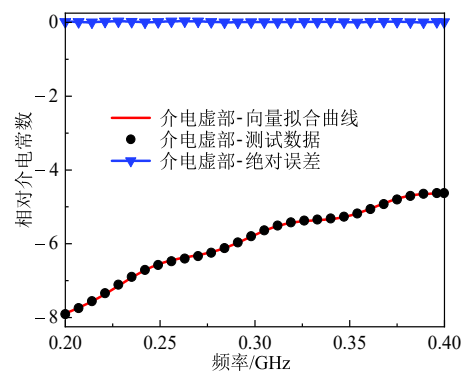
一阶模型 n	c_n	a_n
1	$-7.627\ 185 \times 10^{10}$	$3.064\ 835 \times 10^9$
2	$1.349\ 482 \times 10^{10}$	$1.423\ 587 \times 10^8$

设定涂覆弹头模型的单站 RCS 测试频率为 300 MHz, 入射方向为弹头前向 30° , 即对应坐标系 $\theta = 120^\circ$. 在网格剖分中, 色散媒质以 300 MHz 频率对应波长的 1/15 大小进行剖分, 其余部分则以 1/10 波长进行剖分, 最终共生产 129 234 个网格单元. 利用总场/散射场边界通过平面波进行激励, 垂直于弹头方向入射, 并设置 PML 和吸收边界作为边界截断条件, 如所图 8 所示.

在求解时, 采用 LTS 技术进行加速求解, 色散媒质及其相邻单元使用最小时间步长 $\Delta t_{\min}$ 进行求解, 其余部分使用 $2\Delta t_{\min}$ 时间步长. 图 9(a) 展示了本文方法计算结果与商业软件 CST 仿真结果的对比, 该商业软件



(a) 相对介电常数实部



(b) 相对介电常数虚部

图7 介电常数向量拟合曲线与测试数据对比

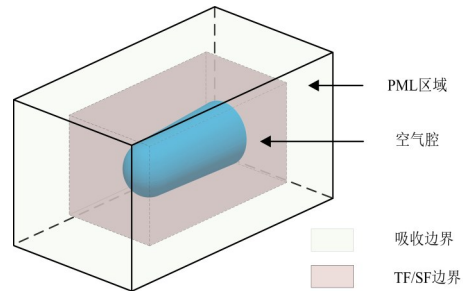


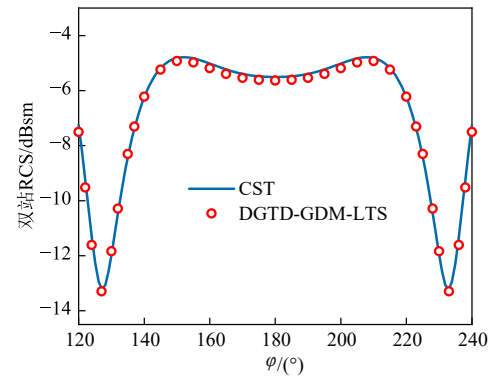
图8 色散涂敷弹头仿真模型图

选择使用有限积分法 (Finite Integration Technique, FIT) 进行求解. 通过对比可以发现二者在精度上保持高度一致, 由图 9(b) 可以发现两者绝对误差保持在 0.3 dB 以下, 验证了所提方法的有效性. 此外, 表 4 列出了 LTS 技

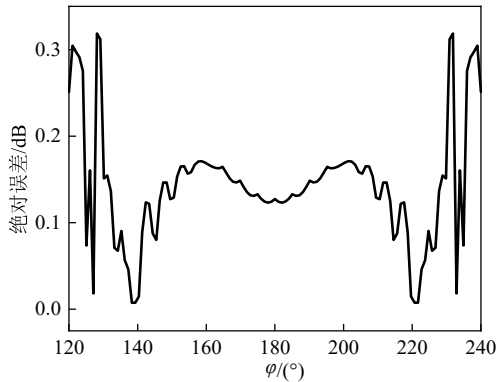
表3 向量拟合共轭复数极点项参数

二阶模型 n	$\gamma_{0,n}$	$\gamma_{1,n}$	$\delta_{0,n}$	$\delta_{1,n}$
1	$-4.254\ 519 \times 10^{19}$	$2.609\ 580 \times 10^{10}$	$6.334\ 362 \times 10^{18}$	$1.838\ 967 \times 10^9$
2	$5.707\ 356 \times 10^{19}$	$4.091\ 557 \times 10^{10}$	$2.259\ 024 \times 10^{18}$	$1.672\ 534 \times 10^9$
3	$1.438\ 746 \times 10^{18}$	$-3.282\ 028 \times 10^9$	$6.717\ 613 \times 10^{18}$	$7.475\ 631 \times 10^8$
4	$1.971\ 397 \times 10^{18}$	$2.879\ 078 \times 10^9$	$3.635\ 604 \times 10^{18}$	$7.393\ 437 \times 10^8$
5	$4.798\ 124 \times 10^{17}$	$-2.685\ 129 \times 10^9$	$1.456\ 139 \times 10^{18}$	$6.656\ 416 \times 10^8$

术带来的加速效果,相比于全局使用最小时间步长的传统方法,采用 LTS 技术后计算时间显著减少,加速比达到 1.678,显著提升了计算效率.



(a) 单站 RCS 结果比较



(b) 单站 RCS 绝对误差

图9 DGTD-GDM-LTS与CST的RCS计算结果比较

表4 色散涂敷弹头局部时间步计算时间比较

时间步策略	计算时间/s	加速比
无 LTS	1 143	—
LTS	681	1.678

4.3 FSS 周期单元模型

为验证本文方法在宽频带计算中的精度与适用性,选用频率选择表面(Frequency Selective Surface,FSS)周期单元作为测试模型.该模型的几何结构如图 10 所示,厚度 $H=1\text{ mm}$, $W=14\text{ mm}$.单元介质基板采用具有色散特性的介电材料,其相对磁导率为 $\mu_r=1$,介质背板与表面十字形贴片的边界条件设置为理想电导体(Perfect Electric Conductor,PEC).

该 FSS 单元介质基板的色散频域响应数据测试频段为 4~10 GHz,设定常数项 $\varepsilon_\infty=1.34$,通过向量拟合得到的 GDM 模型包含 2 个实极点和 3 对共轭复极点.图 11 分别展示了拟合得到的 GDM 模型的色散曲线及

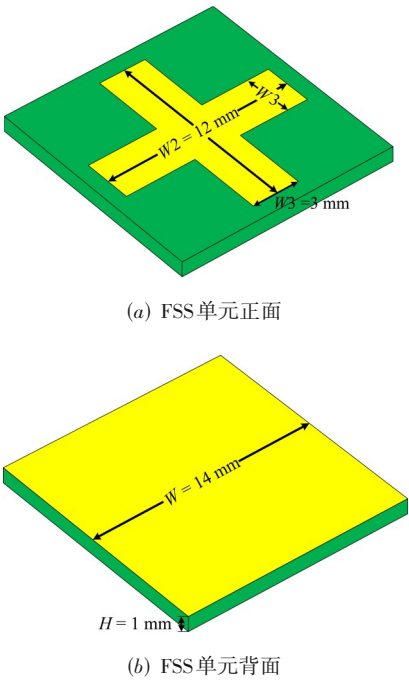
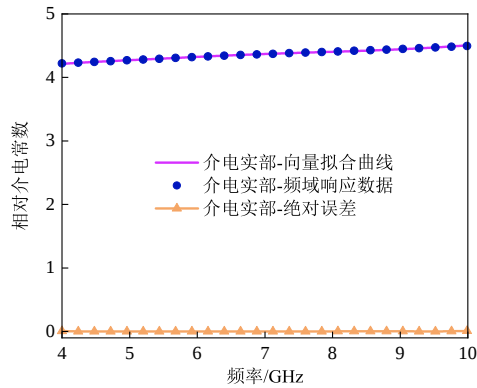


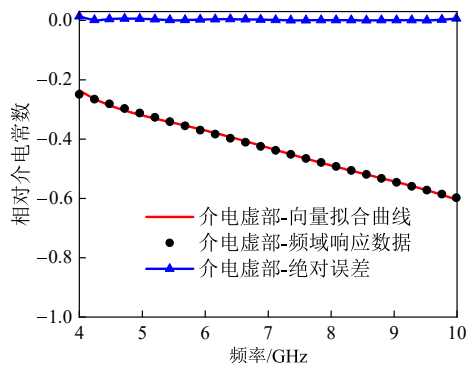
图 10 十字形 FSS 单元结构

其对应的绝对误差分布,结果表明,该拟合曲线可以精确描述模型的色散特性,拟合误差始终保持在较低水平,验证了 GDM 模型的准确性与可靠性.

设定该模型的 $|S_{11}|$ 参数计算频率范围为 4 GHz 设定该模型的 $|S_{11}|$ 参数计算频率范围为 4~10 GHz.该结构具有旋转对称性,其横电波(Transverse Electric wave,TE)与横磁波(Transverse Magnetic wave,TM)极化下的电磁响应完全一致,因此仿真中仅需分析一种极化状态即可完整表征其电磁特性.计算中采用 Floquet 端口对十字形 FSS 单元施加垂直入射激励,并在单元四周施加周期边界条件以模拟无限大周期结构,并使用 PML 以及吸收边界对反射波进行截断,仿真模型结构如图 12 所示.在网格剖分方面,基板色散媒质以 10 GHz 对应波长的 1/15 进行离散,空气腔及 PML 区域则按 1/10 波长划分,最终共生成 47 394 个网格单元.采用 LTS 技术加速求解,色散媒质与非色散媒质区域时间步长比为 1:2.图 13 展示了本文方法与商业软件 CST 在宽频带内计算的反射系数 $|S_{11}|$ 结果对比.可以看出,两者在整个频带内高度吻合,尤其在 6.4 GHz 附近均呈现出明显的谐振特性,谐振深度均低于 -10 dB,最大绝对误差在 1 dB 左右,进一步验证了本文方法在宽频计算中的准确性与可靠性.此外,为评估计算效率,表 5 对比了 LTS 技术的加速效果.结果表明,采用 LTS 策略后,计算时间显著减少,加速比达到 1.595,有效提升了周期色散媒质问题的求解效率.



(a) 相对介电常数实部



(b) 相对介电常数虚部

图 11 介电常数向量拟合曲线与测试数据对比

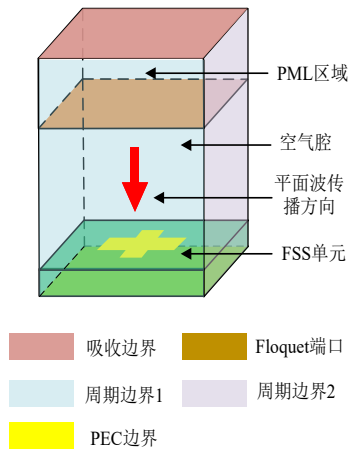


图 12 十字形 FSS 单元仿真模型图

5 结论

本文提出了一种基于向量拟合技术的 GDM 模型建模方法,通过引入物理约束的拟合函数,实现了对色散媒质频变特性的高精度表征.在此基础上,建立基于 DGT D 算法的 GDM 模型一阶辅助微分方程组,并将其与局部时间步技术相结合,实现色散媒质电磁散射问题高效精确求解.通过对色散涂覆弹头模型与 FSS 周

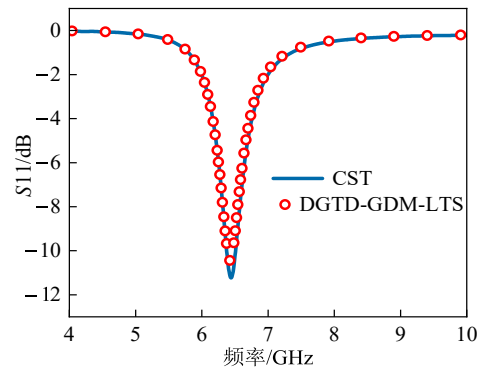
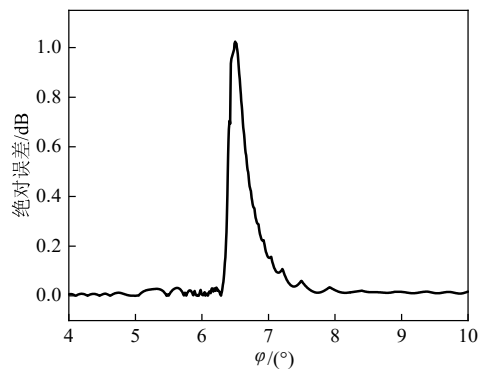
(a) $|S_{11}|$ 参数(b) $|S_{11}|$ 绝对误差图 13 DGT D-GDM-LTS 与 CST 的 $|S_{11}|$ 结果比较

表 5 十字形 FSS 单元局部时间步计算时间比较

时间步策略	计算时间/s	加速比
无 LTS	496	—
LTS	311	1.595

期单元结构的仿真验证,结果表明了所提方法具有较高的计算精度.同时,通过对比仿真时间,验证了 LTS 技术在求解 GDM 问题中的显著效率提升.本研究为 DGT D 方法分析色散媒质问题提供了一种新颖且高效的求解技术,在实际工程应用中具有重要的广泛应用前景.

参考文献

- [1] 倪尔璐. 材料科学中的谐振和色散[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2010.
- [2] NI E H. Resonance/Dispersion Spectrum in Materials Science[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2010. (in Chinese)
- [3] 焦海松, 李斌, 刘宗信, 等. RCS 测量中聚苯乙烯泡沫支架的电磁散射特性研究[J]. 电子学报, 2023, 51(8): 2144-2151.
- [4] JIAO H S, LI B, LIU Z X, et al. Electromagnetic scattering

- characteristics research of expandable polystyrene support in RCS measurement[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2023, 51(8): 2144-2151. (in Chinese)
- [3] SILAEVA E, SADDIER L, COLOMBIER J P. Drude-Lorentz model for optical properties of photoexcited transition metals under electron-phonon nonequilibrium[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(21): 9902.
- [4] YAN W B, CAO Q S, WANG Y. Analysis of electromagnetic/thermal coupling of Debye media using HIE-FDTD method[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2023, 37(10-12): 939-949.
- [5] QIN X B, WU X, WANG S, et al. Perfectly matched layer for cole-cole dispersive media in DGTd method[J]. *IEEE Journal on Multiscale and Multiphysics Computational Techniques*, 2024, 9: 320-329.
- [6] CHOI H, KIM Y H, BAEK J W, et al. Accurate and efficient finite-difference time-domain simulation compared with CCPR model for complex dispersive media[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 160498-160505.
- [7] BANKS J W, BUCKNER B B, HENSHAW W D, et al. A high-order accurate scheme for Maxwell's equations with a generalized dispersive material (GDM) model and material interfaces[J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 412: 109424.
- [8] RAMIREZ A, GUSTAVSEN B. Relaxed nonlinear vector fitting for calculation of rational approximation of systems defined by input/output responses in the frequency domain[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2024, 39(5): 2965-2972.
- [9] YE Y H, ULLRICK T, BOGAERTS W, et al. SPICE-compatible equivalent circuit models for accurate time-domain simulations of passive photonic integrated circuits[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2022, 40(24): 7856-7868.
- [10] LI C Y, ZHANG T C, BAO H G, et al. A field-circuit co-simulation method for antenna and RF front-ends with DGTd solver[C]//2023 Photonics & Electromagnetics Research Symposium. Piscataway: IEEE, 2023: 320-327.
- [11] ALBAKRI M I, SRIRAM MALLADI V V N, GUGERCIN S, et al. Estimating dispersion curves from frequency response functions via vector-fitting[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 140: 106597.
- [12] KIM Y H, CHOI H, CHO J, et al. FDTD modeling for the accurate electromagnetic wave analysis of graphene[J]. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 2020, 15(3): 1281-1286.
- [13] PROKOPIDIS K P, ZOGRAFOPOULOS D C. Time-domain studies of general dispersive anisotropic media by the complex-conjugate pole-residue pairs model[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(9): 3844.
- [14] BANERJEE S. A monochromatic recursive convolution finite-difference time-domain algorithm and its application in simulation of arrays of metal nano-particles[J]. *Novel Optical Systems Design and Optimization XVI*, 2013, 8842: 88420T.
- [15] RAMADAN O. Detailed stability analysis of the Z-transform FDTD implementation of electrically thin Drude-like graphene layer[J]. *Optik*, 2019, 185: 537-542.
- [16] CHEN G, ZHAO L, YU W H, et al. A general scheme for the discontinuous Galerkin time-domain modeling and S-parameter extraction of inhomogeneous waveports[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2018, 66(4): 1701-1712.
- [17] ZHAO L, CHEN G, YU W H, et al. A fast waveguide port parameter extraction technique for the DGTd method[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 2659-2662.
- [18] CHEN G, ZHAO L, YU W H, et al. A novel acceleration method for DGTd algorithm on sunway TaihuLight[C]//2018 IEEE Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation. Piscataway: IEEE, 2018: 153-154.
- [19] ZHU Q Q, WANG S F, WU Y, et al. Enhanced DGTd method using RCM unit reorder technique[C]//2024 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium. Piscataway: IEEE, 2024: 1-3.
- [20] REN Q, CAO H, LIU Q H. Novel efficient discontinuous Galerkin time-domain modeling of dispersive chiral metamaterials via media homogenization[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2024, 72(9): 5218-5227.
- [21] YANG Q, WEI B, LI L Q, et al. Simulation of electromagnetic waves in a magnetized cold plasma by the SO-DGTd method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, 66(8): 4151-4157.
- [22] WANG M M, HAN J Z. An analysis of periodic structure with arbitrary dispersive media by DG-FETD method[C]//2019 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium-China. Piscataway: IEEE, 2020: 1-2.
- [23] GEDNEY S D, YOUNG J C, KRAMER T C, et al. A discontinuous Galerkin finite element time-domain method modeling of dispersive media[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(4): 1969-1977.

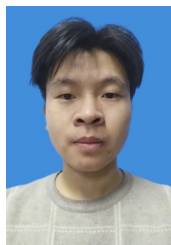
- [24] ZHANG T C, BAO H G, DING D Z, et al. Interior penalty DGT D method for solving wave equation in dispersive

media described with GDM model[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2021, 69(9): 6105-6110.

作者简介



祝强强 男, 2000 年 11 月出生于山西省朔州市. 2025 年取得中国矿业大学工科硕士学位. 主要研究方向为计算电磁学.
E-mail: qqzhunax@163.com



胡志明 男, 2000 年 11 月出生于江苏省徐州市. 现为中国矿业大学信息与控制工程学院硕士研究生. 主要研究方向为计算电磁学.
E-mail: zmhu@cumt.edu.cn



王思凡 男, 1996 年 3 月出生于江苏省徐州市. 现为中国矿业大学信息与控制工程学院博士研究生. 主要研究方向为计算电磁学.
E-mail: sfwang@cumt.edu.cn



吴 扬 男, 1998 年 10 月出生于安徽省铜陵市. 2025 年取得中国矿业大学工科硕士学位. 主要研究方向为计算电磁学.
E-mail: yangwunax@163.com



申子昂 男, 1994 年 12 月出生于河南省济源市. 现为南京航空航天大学博士研究生. 主要研究方向为电磁场数值方法中的频域、时域及高频近似等算法及其高性能计算.
E-mail: shenziang@nuaa.edu.cn



贾浩文 男, 1998 年 3 月出生于宁夏回族自治区银川市. 现为中国矿业大学博士研究生. 主要研究方向为电磁散射建模及合成孔径雷达成像技术.
E-mail: jhwxx@foxmail.com



徐若锋 男, 1982 年 3 月出生于江苏省徐州市. 现任中国矿业大学信息与控制工程学院副教授. 主要研究方向为微波毫米波技术及应用、场路联合仿真算法等.
E-mail: xuruofeng@cumt.edu.cn



郭卿超 男, 1985 年 11 月出生于山西省长治市. 现为沈阳飞机设计研究所研究员. 主要研究方向为飞机总体设计、电磁散射特性研究.
E-mail: gqch985@163.com



赵 雷 男, 1974 年 3 月出生于江苏省徐州市. 现为中国矿业大学信息与控制工程学院教授、博士生导师, ACES Fellow, 中国电子学会天线分会委员、中国电子学会高级会员. 主要研究方向为计算电磁学、射频与微波器件等, 在国内外发表学术论文 130 余篇. 中国电子学会会员编号: E190021907S.
E-mail: leizhao@cumt.edu.cn